



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
**ИНСТИТУТ ТЕХНОЛОГИЙ (ФИЛИАЛ) ФЕДЕРАЛЬНОГО  
ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО  
УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
В Г. ВОЛГОДОНСКЕ РОСТОВСКОЙ ОБЛАСТИ**

**(Институт технологий (филиал) ДГТУ в г. Волгодонске)**

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ  
(ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА)**

**для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации  
по дисциплине  
«Математика»**

для обучающихся по направлению подготовки (специальности)  
*09.03.02* Информационные системы и технологии  
профиль  
Информационные системы

2023 года набора

Волгодонск  
2023

## Лист согласования

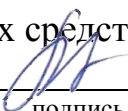
Оценочные материалы (оценочные средства) по дисциплине  
Математика  
(наименование)

составлены в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки (специальности) 09.03.02 Информационные системы и технологии  
(код направления (специальности), наименование)


Рассмотрены и одобрены на заседании кафедры «ТСиИТ» протокол № 12  
от «03» 07 2023 г.

Разработчики оценочных материалов (оценочных средств)

Доцент


  
\_\_\_\_\_ Л.В.Благина  
подпись

Заведующий кафедрой

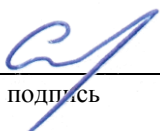
  
\_\_\_\_\_ Н.В.Кочковая  
подпись

**Согласовано:**

Директор НПЦ «Микроэлектроника»

  
\_\_\_\_\_ С.Л. Бондаренко  
подпись

Руководитель отдела ИТ ООО «Профит»

  
\_\_\_\_\_ А.А. Сердюков  
подпись

**Лист визирования оценочных материалов (оценочных средств)  
на очередной учебный год**

Оценочные материалы (оценочные средства) по дисциплине «Математика» проанализированы и признаны актуальными для использования на 20\_\_- 20\_\_ учебный год.

Протокол заседания кафедры «ТСиИТ» от «\_\_»\_\_\_\_\_20\_\_ г. № \_\_\_\_\_  
Заведующий кафедрой «ТСиИТ» \_\_\_\_\_ Н.В.Кочковая  
«\_\_»\_\_\_\_\_20\_\_ г.

Оценочные материалы (оценочные средства) по дисциплине «Математика» проанализированы и признаны актуальными для использования на 20- 20\_\_ учебный год.

Протокол заседания кафедры «ТСиИТ» от «\_\_»\_\_\_\_\_20\_\_ г. № \_\_\_\_\_  
Заведующий кафедрой «ТСиИТ» \_\_\_\_\_ Н.В.Кочковая  
«\_\_»\_\_\_\_\_20\_\_ г.

Оценочные материалы (оценочные средства) по дисциплине «Математика» проанализированы и признаны актуальными для использования на 20- 20\_\_ учебный год.

Протокол заседания кафедры «ТСиИТ» от «\_\_»\_\_\_\_\_20\_\_ г. № \_\_\_\_\_  
Заведующий кафедрой «ТСиИТ» \_\_\_\_\_ Н.В.Кочковая  
«\_\_»\_\_\_\_\_20\_\_ г.

Оценочные материалы (оценочные средства) по дисциплине «Математика» проанализированы и признаны актуальными для использования на 20- 20\_\_ учебный год.

Протокол заседания кафедры «ТСиИТ» от «\_\_»\_\_\_\_\_20\_\_ г. № \_\_\_\_\_  
Заведующий кафедрой «ТСиИТ» \_\_\_\_\_ Н.В.Кочковая  
«\_\_»\_\_\_\_\_20\_\_ г.

## Содержание

	С.
1 Паспорт оценочных материалов (оценочных средств)	
1.1 Перечень компетенций, формируемых дисциплиной (модулем), с указанием этапов их формирования в процессе освоения ОПОП	5
1.2 Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования	10
1.3 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций, описание шкал оценивания	13
2 Контрольные задания (демоверсии) для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы	14

## 1 Паспорт оценочных материалов (оценочных средств)

Оценочные материалы (оценочные средства) прилагаются к рабочей программе дисциплины и представляет собой совокупность контрольно-измерительных материалов (типовые задачи (задания), контрольные работы, тесты и др.) и методов их использования, предназначенных для измерения уровня достижения обучающимся установленных результатов обучения.

Оценочные материалы (оценочные средства) используются при проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся.

### 1.1 Перечень компетенций, формируемых дисциплиной, с указанием этапов их формирования в процессе освоения ОПОП

Перечень компетенций, формируемых в процессе изучения дисциплины:

УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.

Конечными результатами освоения дисциплины являются сформированные когнитивные дескрипторы «знать», «уметь», «владеть», расписанные по отдельным компетенциям. Формирование дескрипторов происходит в течение всего семестра по этапам в рамках контактной работы, включающей различные виды занятий и самостоятельной работы, с применением различных форм и методов обучения (табл. 1).

Таблица 1 Формирование компетенций в процессе изучения дисциплины

Код и наименование общепрофессиональной компетенции	Код и наименование индикатора достижения общепрофессиональной компетенции	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня компетенции)	Вид учебных занятий, работы, формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции	Контролируемые разделы и темы дисциплины	Оценочные материалы (оценочные средства), используемые для оценки уровня сформированности компетенции	Показатели оценивания компетенций
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации,	УК-1.1. Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации	основы линейной и векторной алгебры, аналитической геометрии, математического анализа и его приложения, дифференциальных уравнений и теории числовых и функциональных рядов	Лекц. Практ. Занятия СР	Все разделы	УО Т	Ответы на контрольные вопросы; посещаемость занятий; познавательная активность на занятиях; выполнение индивидуального задания для СРС;

применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.2. Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности	решает задачи по темам: линейная и векторная алгебра, аналитическая геометрия, математический анализ и его приложения, дифференциальные уравнения и числовые ряды	Лекц. Практ. Занятия (решение типовых задач)  СР		индивидуальное задание для СРС	умение делать выводы.
	УК-1.3 Имеет практический опыт работы с информационными источниками, опыт научного поиска, создания научных текстов	основными методами и приемами алгебры, геометрии и математического анализа, основными способами построения математических моделей и их интерпретацией	Лекц. Практ. Занятия СР	Все разделы	УО Т	Ответы на контрольные вопросы; посещаемость занятий; познавательная активность на занятиях; выполнение индивидуального задания для СРС; умение делать выводы.

## 1.2 Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Оценивание результатов обучения по дисциплине осуществляется в соответствии с Положением о текущем контроле и промежуточной аттестации обучающихся.

По дисциплине «*Математика*» предусмотрены следующие виды контроля: текущий контроль (осуществление контроля всех видов аудиторной и внеаудиторной деятельности обучающегося с целью получения первичной информации о ходе усвоения отдельных элементов содержания дисциплины); промежуточная аттестация (оценивается уровень и качество подготовки по дисциплине в целом).

Текущий контроль в семестре проводится с целью обеспечения своевременной обратной связи, для коррекции обучения, активизации самостоятельной работы обучающихся. Текущий контроль служит для оценки объёма и уровня усвоения обучающимся учебного материала одного или нескольких разделов дисциплины (модуля) в соответствии с её рабочей программой и определяется результатами текущего контроля знаний обучающихся.

Текущий контроль осуществляется два раза в семестр по календарному графику учебного процесса.

Текущий контроль предполагает начисление баллов за выполнение различных видов работ. Результаты текущего контроля подводятся по шкале балльно-рейтинговой системы. Регламент балльно-рейтинговой системы определен Положением о системе «Контроль успеваемости и рейтинг обучающихся».

Текущий контроль является результатом оценки знаний, умений, навыков и приобретенных компетенций обучающихся по всему объёму учебной дисциплины, изученному в семестре, в котором стоит форма контроля в соответствии с учебным планом.

Текущий контроль успеваемости предусматривает оценивание хода освоения дисциплины: теоретических основ и практической части.

При обучении по заочной форме обучения текущий контроль не предусмотрен.

Промежуточная аттестация по дисциплине «*Математика*» проводится в форме экзамена.

В табл. 2 приведено весовое распределение баллов и шкала оценивания по видам контрольных мероприятий.

Таблица 2 Весовое распределение баллов и шкала оценивания по видам контрольных мероприятий

Текущий контроль (50 баллов <sup>1</sup> )				Промежуточная аттестация (50 баллов)	Итоговое количество баллов по результатам текущего контроля и промежуточной аттестации
Блок 1		Блок 2			
Лекционные занятия (X <sub>1</sub> )	Практические занятия (Y <sub>1</sub> )	Лекционные занятия (X <sub>2</sub> )	Практические занятия (Y <sub>2</sub> )	от 0 до 50 баллов	Менее 41 балла – неудовлетворительно; 41-60 баллов – удовлетворительно; 61-80 баллов – хорошо; 81-100 баллов – отлично
10	10	20	10		
Сумма баллов за 1 блок = X <sub>1</sub> + Y <sub>1</sub> = 20		Сумма баллов за 2 блок = X <sub>2</sub> + Y <sub>2</sub> = 30			

<sup>1</sup> Вид занятий по дисциплине (лекционные, практические, лабораторные) определяется учебным планом. Количество столбцов таблицы корректируется в зависимости от видов занятий, предусмотренных учебным планом. Распределение баллов по блокам, по каждому виду занятий в рамках дисциплины определяет преподаватель. Распределение баллов по дисциплине утверждается протоколом заседания кафедры. По заочной форме обучения мероприятия текущего контроля не предусмотрены.



Для определения фактических оценок каждого показателя выставляются следующие баллы (табл.3):

Таблица 3– Распределение баллов по дисциплине

Вид учебных работ по дисциплине	<i>Количество баллов</i>	
	<i>1 блок</i>	<i>2 блок</i>
<i>Текущий контроль (50 баллов)</i>		
Посещение занятий	2	2
Выполнение заданий по дисциплине (УО, ТЗ, РЗ, ДЗ, ЗСРС), в том числе:	18	28
- устный опрос (УО)	10	20
- выполнение тестовых заданий (ТЗ)	2	2
- выполнение индивидуальных заданий для самостоятельной работы(ИЗСРС)	6	6
	<b>20</b>	<b>30</b>
<i>Промежуточная аттестация (50 баллов)</i>		
Экзамен в письменной форме		
<b>Сумма баллов по дисциплине 100 баллов</b>		

Экзамен является формой итоговой оценки качества освоения обучающимся образовательной программы по дисциплине в целом или по разделу дисциплины. По результатам экзамена обучающемуся выставляется оценка «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», или «неудовлетворительно».

Оценка **«отлично»** (81-100 баллов) выставляется обучающемуся, если:

- обучающийся набрал по текущему контролю необходимые и достаточные баллы для выставления оценки автоматом<sup>2</sup>;
- обучающийся знает, понимает основные положения дисциплины, демонстрирует умение применять их для выполнения задания, в котором нет явно указанных способов решения;
- обучающийся анализирует элементы, устанавливает связи между ними, сводит их в единую систему, способен выдвинуть идею, спроектировать и презентовать свой проект (решение);
- ответ обучающегося по теоретическому и практическому материалу, содержащемуся в вопросах экзаменационного билета, является полным, и удовлетворяет требованиям программ дисциплины;
- обучающийся продемонстрировал свободное владение концептуально-понятийным аппаратом, научным языком и терминологией соответствующей дисциплины;
- на дополнительные вопросы преподавателя обучающийся дал правильные ответы.

Компетенции ОК-1, ПК-1 сформированы на высоком уровне (уровень 3) (см. табл. 1).

Оценка **«хорошо»** (61-80 баллов) выставляется обучающемуся, если:

- обучающийся знает, понимает основные положения дисциплины, демонстрирует умение применять их для выполнения задания, в котором нет явно указанных способов решения; анализирует элементы, устанавливает связи между ними;
- ответ по теоретическому материалу, содержащемуся в вопросах экзаменационного билета, является полным, или частично полным и удовлетворяет требованиям программы, но не всегда дается точное, уверенное и аргументированное изложение материала;

<sup>2</sup> Количество и условия получения необходимых и достаточных для получения автомата баллов определены Положением о системе «Контроль успеваемости и рейтинг обучающихся»

- на дополнительные вопросы преподавателя обучающийся дал правильные ответы;  
- обучающийся продемонстрировал владение терминологией соответствующей дисциплины.

Компетенции ОК-1, ПК-1 сформированы на среднем уровне (уровень 2) (см. табл. 1).

Оценка «удовлетворительно» (41-60 баллов) выставляется обучающемуся, если:

- обучающийся знает и воспроизводит основные положения дисциплины в соответствии с заданием, применяет их для выполнения типового задания, в котором очевиден способ решения;
- обучающийся продемонстрировал базовые знания важнейших разделов дисциплины и содержания лекционного курса;
- у обучающегося имеются затруднения в использовании научно-понятийного аппарата в терминологии курса;
- несмотря на недостаточность знаний, обучающийся имеет стремление логически четко построить ответ, что свидетельствует о возможности последующего обучения.

Компетенции ОК-1, ПК-1 сформированы на базовом уровне (уровень 1) (см. табл. 1).

Оценка «неудовлетворительно» (менее 41 балла) выставляется обучающемуся, если:

- обучающийся имеет представление о содержании дисциплины, но не знает основные положения (темы, раздела, закона и т.д.), к которому относится задание, не способен выполнить задание с очевидным решением, не владеет навыками построения стандартных теоретических и эконометрических моделей, методикой стратегического планирования на примере предприятия;
- у обучающегося имеются существенные пробелы в знании основного материала по дисциплине;
- в процессе ответа по теоретическому материалу, содержащемуся в вопросах экзаменационного билета, допущены принципиальные ошибки при изложении материала.

Компетенция ОК-1, ПК-1 не сформированы.

### **1.3 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности**

Оценивание результатов обучения студентов по дисциплине «Математика» осуществляется по регламенту текущего контроля и промежуточной аттестации.

Текущий контроль в семестре проводится с целью обеспечения своевременной обратной связи, для коррекции обучения, активизации самостоятельной работы студентов. Результаты текущего контроля подводятся по шкале балльно - рейтинговой системы, реализуемой в ДГТУ.

Текущий контроль осуществляется два раза в семестр по календарному графику учебного процесса в рамках проведения контрольных точек.

Формы текущего контроля знаний:

- устный опрос (УО);
- выполнение тестовых заданий (ТЗ);
- выполнение индивидуальных заданий для самостоятельной работы студентов (ИЗСРС).

Проработка конспекта лекций и учебной литературы осуществляется студентами в течение всего семестра, после изучения новой темы. Перечень вопросов для устного опроса определен содержанием темы в РПД и методическими рекомендациями по изучению дисциплины.

Защита практических заданий производится студентом в день их выполнения в соответствии с расписанием занятий. Преподаватель проверяет правильность выполнения практического задания студентом, контролирует знание студентом пройденного материала с помощью контрольных вопросов или тестирования.

Оценка компетентности осуществляется следующим образом: в процессе защиты выявляется информационная компетентность в соответствии с практическим заданием, затем преподавателем дается комплексная оценка деятельности студента.

Высокую оценку получают студенты, которые при подготовке материала для самостоятельной работы сумели без ошибок выполнить индивидуальные задания и выучить лекционный материал по рассматриваемой теме, показать понимание связи рассматриваемой темы с современными проблемами науки и общества.

Оценка качества подготовки на основании выполненных заданий ведется преподавателям (с обсуждением результатов), баллы начисляются в зависимости от сложности задания.

Итоговый контроль освоения умения и усвоенных знаний дисциплины «Математика» осуществляется в процессе промежуточной аттестации на экзамене. Условием допуска к экзамену является положительная текущая аттестация по всем практическим работам учебной дисциплины, ключевым теоретическим вопросам дисциплины.

## **2 Контрольные задания (демоверсии) для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

### **2.1 Задания для оценивания результатов обучения в виде знаний и умений:**

#### **2.1.1 Вопросы устного опроса (УО) для оценивания результатов обучения в виде знаний и умений:**

1. Понятие матрицы, типы матриц
2. Операции с матрицами (сложение, умножение на число, умножение матрицы на матрицу, транспортирование матриц). Свойства операций.
3. Определители матриц, их свойства.
4. Разложение определителя по элементам любой строки, столбца.
5. Обратная матрица. Критерий ее существования и формула для вычисления.
6. Минор матрицы, ранг матрицы.
7. Элементарные преобразования матриц, эквивалентные матрицы и их ранги. Линейно зависимые, линейно независимые строки матрицы. Критерий линейной зависимости. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ).
8. Совместные, несовместные, определенные, неопределенные СЛАУ.
9. Формулы Крамера для решения СЛАУ.
10. Матричный метод решения СЛАУ.
11. Критерий совместности СЛАУ Кронекера-Капелли.
12. Метод Жордано-Гаусса решения СЛАУ. Базисный минор, базисные и свободные переменные СЛАУ.
13. Решение однородных систем линейных уравнений (ОСЛАУ).
14. Критерий существования нетривиальных решений ОСЛАУ. Фундаментальная система решений ОСЛАУ, общее решение.
16. Понятие  $n$ -мерного вектора, операции с векторами.
17. Линейное арифметическое векторное пространство.
18. Линейно зависимая и независимая система векторов. Критерий линейной зависимости системы векторов.
19. Существование в  $Rn$  системы  $n$  линейно независимых векторов. Базис в  $Rn$ .
20. Линейная зависимость в  $Rn$  любой системы из  $m$  векторов ( $m > n$ ).
21. Критерий базиса в  $Rn$ . Разложение вектора по базису и его единственность
22. Скалярное произведение в  $Rn$ , его свойства. Экономический и механический смысл скалярного произведения.
23.  $n$ -мерное евклидово пространство, модуль вектора, направление косинусы вектора.
24. Проекция вектора на вектор, ортогональные, коллинеарные, компланарные векторы,.
25. Вектор как направленный отрезок. Декартов прямоугольный базис и декартова прямоугольная система координат (д.п.с.к.).
26. Радиус-вектор точки, координаты точки в д.п.с.к.
27. Векторное произведение векторов в  $E_3$ , его свойства, механический смысл.
28. Смешанное произведение векторов в  $E_3$ , его свойства.
29. Условия ортогональности, коллинеарности, компланарности векторов в  $E_3$ .
30. Понятие уравнения геометрического образа.
31. Плоскость, нормальный вектор плоскости. Общее уравнение плоскости и его частные случаи.
32. Угол между плоскостями, условие перпендикулярности и параллельности плоскостей, расстояние от точки до плоскости. Плоскость в  $E_n$ ,  $n > 3$ .
33. Прямая в  $E_3$ , ее направляющий вектор. Общие, канонические, параметрические уравнения прямой. Луч и отрезок.

34. Угол между прямыми в  $E_3$ . Перпендикулярные, параллельные, пересекающиеся и скрещивающиеся прямые. Расстояние от точки до прямой в  $E_3$ . Прямая, луч и отрезок в  $E_n, n > 3$ .
35. Угол между прямой и плоскостью, условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости. Точка пересечения прямой и плоскости, принадлежность прямой плоскости.
36. Прямая на плоскости, как частный случай прямой в  $E_3$  и как линия пересечения плоскости с плоскостью  $OXY$ .
37. Уравнение прямой на плоскости с угловым коэффициентом.
38. Уравнение кривой второго порядка, его преобразование с помощью поворота и параллельного переноса осей координат.
39. Эллипс, гипербола, парабола. Оси симметрии, центр, вершины, эксцентриситет. Канонические уравнения и уравнения со смещенным центром.
40. Множество, операции с множествами.
41. Функция одной переменной, способы задания. Основные элементарные функции, их графики.
42. Сложная функция.
43. Предел функции при  $x \rightarrow x_0$  ( $x \rightarrow \infty$ ).
44. Бесконечно малая функция и ее свойства.
45. Бесконечно большая функция, связь с бесконечно малой.
46. Основные теоремы о пределах функции (критерий существования предела, единственность, предел суммы, произведения, частного).
48. Первый и второй специальные пределы.
49. Сравнение бесконечно малых функций.
50. Числовая последовательность. Свойства
51. Монотонные последовательности
52. Предел числовой последовательности
53. Теорема Вейерштрасса.
54. Второй замечательный предел.
55. Односторонние пределы функции.
56. Непрерывность функции в точке, на интервале, отрезке. Точки разрыва и их классификация.
57. Основные теоремы о непрерывных функциях (непрерывность основных элементарных функций, сложной функции).
58. Свойства функций непрерывных на замкнутом отрезке, абсолютный экстремум функции.
59. Приращение аргумента и приращение функции. Задача о касательной к плоской кривой.
60. Производная функции, ее геометрический и физический смысл. Уравнение касательной и нормали к кривой.
61. Темп роста и эластичность функции.
62. Необходимое условие дифференцируемости функции.
63. Основные правила и формулы дифференцирования.
64. Дифференциал функции, его геометрический смысл, свойства, применение к приближенным вычислениям.
65. Производные и дифференциалы высших порядков.
66. Правило Лопитала
67. Исследование функции и построение графика.
68. Основные теоремы о дифференцируемых функциях.
69. Первообразная. Теорема о первообразной. НИ, его геометрический смысл.
70. Свойства НИ.
71. Теорема о замене переменной в НИ.
72. Таблица основных интегралов.
73. Интегрирование по частям в НИ.
74. Рациональные дроби, правильные и неправильные дроби. Интегрирование неправильных дробей (теорема).
75. Простейшие рациональные дроби, их интегрирование. Теорема о разложении правильной дроби на сумму простейших дробей.

76. Интегрирование тригонометрических функций.
77. Интегрирование простейших иррациональностей.
78. Тригонометрические подстановки.
79. Задача о вычислении площади криволинейной трапеции.
80. ОИ как предел интегральных сумм. Геометрический смысл ОИ. Теорема существования ОИ.
81. Свойства ОИ, теорема о среднем.
82. Теорема о производной от интеграла с переменным верхним пределом.
83. Формула Ньютона-Лейбница (теорема).
84. Замена переменной и интегрирование по частям в ОИ.
85. Теоремы о площади плоской фигуры, ограниченной линиями, заданными а) в декартовой системе координат; б) параметрически.
86. Длина дуги плоской кривой. Теорема о длине дуги в декартовой системе координат и ее следствия.
87. Вычисление объемов тел по площадям поперечных сечений (теорема). Объем тела вращения.
88. Экономические приложения ОИ.
89. Несобственные интегралы 1-го рода и 2-го, их определение, вычисление и геометрический смысл
90. Дифференциальные уравнения первого порядка. Основные понятия
91. ДУ с разделяющимися переменными
92. Однородные ДУ.
93. Линейные дифференциальные уравнения.
94. Дифференциальные уравнения второго порядка. Основные понятия
95. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка.
96. Числовые ряды. Частичная сумма. Сумма ряда
97. Необходимый признак сходимости. Гармонический ряд.
98. Достаточные признаки сходимости. Признак сравнения.
99. Признак Даламбера.
100. Радикальный признак Коши.
101. Интегральный признак Коши.
102. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница
103. Функциональные ряды. Сходимость функциональных рядов.

*Критерии оценки устного опроса:*

- качество ответов (ответы должны быть полными, четко выстроены, логичными (аргументированными));
- владение научным и профессиональной терминологией.

*Шкала оценивания устного опроса.*

Каждый вопрос оценивается по следующей шкале:

- 0 баллов - обучающийся дал неправильный ответ на вопрос или не ответил;
- 1-4 балла - ответ обучающегося является не полным, не точным, не уверенным и не аргументированным;
- 5-7 балла – ответ обучающегося является полным, но не точным, не уверенным и не аргументированным;
- 8-10 - ответ обучающегося является полным, точным, уверенным и аргументированным.

По результатам опросов выводится средняя оценка, которая округляется до целой величины и выставляется при первой рейтинговой оценке.

**2.1.2 Тестовые задания (ТЗ) для оценивания результатов обучения в виде знаний:**

*Задание 1. «Матрицы» (15 мин.)*

1. Сколько линейно-независимых строк имеет  $C = (B \cdot A)^T + A^T \cdot B^T - D$ , если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}.$$

а) 0; б) 1; в) 2; г) 3.

2. Расположить матрицы в порядке убывания их рангов:

$$1) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 4 & 5 & 6 & 1 \\ 5 & 7 & 9 & 2 \end{pmatrix}; \quad 2) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad 3) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -1 & -2 & -3 & -4 \end{pmatrix}; \quad 4) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

а) (1, 3, 4, 2); б) (2, 1, 3, 4); в) (1, 2, 3, 4); г) (4, 3, 2, 1).

**Задание 2. «Решение СЛАУ» (20 мин.)**

1. Система из трех уравнений с тремя переменными в матричном виде  $A \cdot X = B$ .  $r(A) = 2$ ;  $r(A/B) = 2$ . Сделайте вывод о решении системы.

а) совместна; б) несовместна; в) определена; г) совместна и неопределенна.

2. Решить матричное уравнение

$$\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 2 & 8 \end{pmatrix}. \quad \text{В ответе указать сумму элементов матрицы } X.$$

а) 1; б) -2; в) 0; г) 10.

3. Найти фундаментальную систему решений системы линейных уравнений (в ответе указать число решений):

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 + 2x_5 = 0. \end{cases}$$

а) 1; б) 2; в) 3; г) 4.

**Задание 3. «Векторная алгебра» (20 мин.)**

$$\vec{a}_1 = (1; 1; 1);$$

$$\vec{a}_2 = (0; 0; 1);$$

1. Даны четыре вектора:

$$\vec{a}_3 = (2; 2; 2);$$

$$\vec{a}_4 = (0; 1; 0).$$

Указать векторы, образующие базис в  $R_3$ .

а)  $(\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3)$ ; б)  $(\vec{a}_1, \vec{a}_3, \vec{a}_4)$ ; в)  $(\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_4)$ ; г) базиса нет.

2. Даны векторы  $\vec{a} = i - j$ ,  $\vec{b} = 2j + 2k$ . Какое из утверждений для них верно:

а)  $\vec{a} = \vec{b}$ ; б)  $\vec{a} \perp \vec{b}$ ; в)  $\vec{a} \perp \vec{b}$ ; г)  $(\vec{a} \wedge \vec{b}) = \frac{2\pi}{3}$ .

3. Найти площадь треугольника с вершинами в точках  $A(1; 0; 3)$   $B(-1; 2; 3)$   $C(-1; -2; 0)$ .

а)  $\sqrt{32}$ ; б)  $\frac{\sqrt{32}}{2}$ ; в)  $\frac{\sqrt{34}}{2}$ ; г)  $\sqrt{34}$ .

**Задание 4. «Аналитическая геометрия» (20 мин.)**

1. Дана плоскость  $\Pi: 2x - y + z - 4 = 0$  и точки  $M_1(-1, 2, 0)$ ,  $M_2(2, 1, 1)$ ,  $M_3(0, 0, 4)$ . Какое из утверждений верно:

а)  $M_1 \in \Pi$ ; б)  $M_2 \in \Pi, M_3 \notin \Pi$ ; в)  $M_1 \notin \Pi, M_2 \notin \Pi$ ; г)  $M_2 \in \Pi, M_3 \in \Pi$ .

2. Дана прямая  $l: \frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{1}$  и плоскость  $\Pi: x + y - 2z + 1 = 0$ . Какое из утверждений верно:

а)  $l \perp \Pi$ ; б)  $l \perp \Pi$ ; в)  $l \in \Pi$ ; г) прямая и плоскость пересекаются в точке  $M_0(1; -4; -1)$ .

3. Найти расстояние точки  $M_0(-1, -4)$  от прямой  $2x - y + 3 = 0$ .

а)  $-\frac{3}{\sqrt{5}}$ ; б)  $\frac{3}{\sqrt{5}}$ ; в) 3; г)  $\frac{3}{2}$ .

**Задание 5. «Пределы» (10 мин.)**

1. Даны функции: 1)  $y = \frac{1}{x}$ ; 2)  $y = x^{10}$ ; 3)  $y = \sin \frac{x}{3}$ ; 4)  $y = \cos 2x$ . Выяснить, какие из них бесконечно малые при  $x \rightarrow 0$ .

а) 1; 3 б) 2; 4 в) 2; 3 г) 1; 3.

2. Даны функции: 1)  $y = \log_{0.5} x$ ; 2)  $y = \frac{1}{x^{-2}}$ ; 3)  $y = \arctg x$ . Какие из них бесконечно большие при  $x \rightarrow \infty$ .

а) 1/2; б) 0; в)  $-3/5$ ; г)  $e^6$ .

3. Найти  $a$ , если  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{tg ax}{8x} = 2$ .

а) 16; б)  $1/4$ ; в) 4; г)  $-16$ .

**Задание 6. «Производная» (20 мин.)**

1. Какие из функций являются дифференцируемыми в точке  $x_0 = 1$ .

1)  $y = tg(1 + \sqrt{x})$ ; 2)  $y = \arccos x$ ; 3)  $y = \sqrt[5]{x^2 - 8x + 3}$ ; 4)  $y = x^2 \ln(1 - x^2)$ .

а) 1; 2 б) 1; 3 в) 2; 3 г) 2; 4.

2. Вычислить значения производных функции в точке  $x_0$ .

$y = 12 \ln(x + \sqrt{x^2 + 3})$ ,  $x_0 = 1$ .

а) 6; б) 12; в) 4; г) 5.

$y = (x^2 + 5x - 4) \ln x$ ,  $x_0 = 1$ .

а) 7; б) 9; в) 2; г)  $-4$ .

$y = \sin \frac{2\pi x}{4}$ ,  $x_0 = 2$ .

а)  $\frac{\pi}{4}$ ; б) 0; в)  $-\frac{\pi}{4}$ ; г) 1.

3. Вычислить значение производной функции

$\begin{cases} x = \arctg t \\ y = \arctg \sqrt{t-1} \end{cases}$ , заданной параметрически при  $t = 2$ .

а)  $1/4$ ; б) 5; в)  $5/4$ ; г)  $4/5$ .

4. определить угловой коэффициент касательной к графику функции  $y = \frac{x^3}{1-x}$  в точке  $x_0 = 2$ .

а) 4; б)  $-4$ ; в)  $-12$ ; г) 12.

**Задание 7. «Неопределенный интеграл» (20 мин.)**

1. Множество первообразных функции  $f(x) = e^{6x+2}$  имеет вид ...

а)  $-6e^{6x+2} + C$ ; б)  $\frac{1}{6}e^{6x+2} + C$ ; в)  $e^{6x+2} + C$ ; г)  $6e^{6x+2} + C$ .

2. Найти  $\int x^3 \ln x dx$ .

а)  $\frac{x^4}{4} + \frac{1}{x} + C$ ; б)  $\frac{x^4}{4} \ln x + \frac{x^4}{4} + C$ ; в)  $\frac{x^4}{4} \left( \ln x + \frac{1}{4} \right) + C$ ; г)  $\frac{x^4}{4} \left( \ln x - \frac{1}{4} \right) + C$ .

3. Найти  $\int \frac{dx}{x^2 - 2x - 3}$ .

а)  $\frac{1}{8} \ln \left| \frac{x-3}{x+1} \right| + C$ ; б)  $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{x+1}{x-3} \right| + C$ ; в)  $\frac{1}{4} \ln \left| \frac{x-3}{x+1} \right| + C$ ; г)  $\frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{x}{2} + C$ .

**Задание 8. «Определенный интеграл и его приложения» (20 мин.)**

1.  $\int_0^{\pi/3} \sin 3x dx$  равен ...

а) 2/3; б) 2; в) -2; г) -2/3.

2. Вычислить  $\int_0^1 x e^{2x} dx$

а) 1; б)  $\frac{1}{4}(e^2 + 1)$ ; в)  $\frac{1}{4}(e^2 - 1)$ ; г)  $2e^2 + 1$ .

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2 - 2$ ,  $y = 2$ .

а) 64/3; б) 16; в) 32/3; г) 32.

**Задание 9. «Дифференциальные уравнения» (20 мин.)**

1. Определить тип дифференциального уравнения  $y' - \frac{3}{4}y = x$ .

а) линейное д.у.; б) д.у. типа Бернулли; в) однородное д.у.; г) д.у. с разделяющимися переменными.

2. Дано д.у.  $y' = (3k - 1)x^2$ , тогда функция  $y = \frac{2}{3}x^3$  является его решением при  $k$  равно?

а) 0; б) 1; в) 2; г) 3.

3. Дано линейное однородное дифференциальное уравнение  $y'' - 4y' + 3y = 0$ . Найти его общее решение.

а)  $c_1 e^{-x} + c_2 e^{3x}$ ; б)  $c_1 e^x + c_2 e^{-3x}$ ; в)  $c_1 e^{-x} + c_2 e^{3x}$ ; г)  $c_1 e^x + c_2 e^{3x}$ .

**Задание 10. «Ряды» (20 мин.)**

*Вариант 1.*

1. Исследовать на сходимость положительные ряды:

а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{5^n + 1}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n - 1}{2n + 5}$ .

1) а) и б) сходятся; 2) а) сходится, б) расходится;  
3) а) расходится, б) сходится; 4) а) и б) расходятся.

2. Исследовать знакочередующиеся ряды на абсолютную и условную сходимость:

а)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n^2 + 3}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left| \frac{(3n+1)^n}{(1+n)} \right|$ .

1) а) сходится абсолютно, б) сходится условно;  
2) а) и б) сходится абсолютно;  
3) а) сходится условно, б) расходится;  
4) а) сходится абсолютно, б) расходится.

3. Найти интервал сходимости степенного ряда:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx^n}{3^n}$ .

а) (-3; 3); б) [-3; 3); в) [-1/3; 1/3); г) (-1/3; 1/3].



4. Разложить функцию  $y = y(x)$  в степенной ряд в окрестности точки  $x = x_0$ :  
 $y(x) = \ln(1-x^2)$ ,  $x = x_0$ .

*Вариант 2.*

1. Исследовать на сходимость положительные ряды:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 1}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n + 1}.$$

- 1) а) и б) сходятся;                                      2) а) и б) расходятся;  
3) а) сходится, б) расходится;                      4) а) расходится, б) сходится.

2. Исследовать знакочередующиеся ряды на абсолютную и условную сходимость:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \operatorname{tg} \frac{\pi}{n^3}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left| \frac{(7n+1)^n}{(9n+3)} \right|.$$

- 1) а) сходится абсолютно, б) сходится условно;  
2) а) сходится условно, б) сходится абсолютно;  
3) а) и б) сходятся абсолютно;  
4) а) сходится абсолютно, б) расходится.

3. Найти интервал сходимости степенного ряда:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{n^2 + 2}$ .

- а)  $(-2; 2]$ ;    б)  $(-1/2; 1/2)$ ;    в)  $[-1/2; 1/2]$ ;    г)  $[-2; 2]$ .

4. Разложить функцию  $y = y(x)$  в степенной ряд в окрестности точки  $x = x_0$ :  
 $y = \sin x^3$ ,  $x = x_0$ .

***Критерии оценки тестовых заданий:***

Тестовые задания (ТЗ) выполняются студентами ДФО перед контрольной точкой текущей аттестации соответственно по разделам, студентами ЗФО – без разбивки по разделам.

Максимальное количество баллов по разделу – 2.

Оценка 2 балла выставляется обучающемуся, если он правильно ответил на 80% и более тестовых заданий;

Оценка 1 балл выставляется обучающемуся, если он правильно ответил на 40 -79% тестовых заданий;

Оценка 0 баллов выставляется обучающемуся, если он правильно ответил на 40 % и менее тестовых заданий.

***2.2.3 Комплекс индивидуальных заданий для самостоятельной работы студента (ИЗСРС) для оценивания результатов обучения в виде знаний:***

**Задание 1.** Найти решение системы трех линейных уравнений с тремя неизвестными: а) по формулам Крамера; б) методом обратной матрицы; в) методом Гаусса.

$$1. \begin{cases} 4x_1 + 7x_2 - 3x_3 = -10 \\ 2x_1 + 9x_2 - x_3 = 8 \\ -x_1 + 6x_2 - 3x_3 = 3 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 = -5 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = -1 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = -1 \\ -x_1 + 3x_3 = 7 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = 6 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 5x_1 - 4x_2 + x_3 = 3 \\ x_1 + 2x_2 = 6 \\ 3x_2 - 4x_3 = 2 \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} x_1 - 4x_2 + x_3 = 4 \\ 2x_2 + 5x_3 = -7 \\ -3x_1 - 4x_3 = 1 \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} -x_1 + 3x_2 = 4 \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 = -3 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = -3 \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 = -2 \\ x_1 - 2x_2 - 4x_3 = -11 \\ -2x_1 - x_2 = 1 \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} -2x_1 + 5x_2 - 6x_3 = -8 \\ x_1 + 7x_2 - 5x_3 = -9 \\ 4x_1 + 2x_2 - x_3 = -12 \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} x_1 + 3x_2 - 2x_3 = -5 \\ x_1 + 9x_2 - 4x_3 = -1 \\ -2x_1 + 6x_2 - 3x_3 = 6 \end{cases}$$

$$17. \begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 = -6 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 3 \\ -2x_1 + x_2 - 4x_3 = 5 \end{cases}$$

$$19. \begin{cases} -2x_1 + x_2 - 3x_3 = -4 \\ 4x_1 + 7x_2 - 2x_3 = -7 \\ x_1 - 8x_2 + 4x_3 = 2 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} -2x_1 + 3x_3 = -5 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 4 \\ -2x_1 - x_2 = -6 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 = -6 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 3 \\ -2x_1 + x_2 - 4x_3 = 5 \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 4 \\ -3x_1 + 2x_2 + 5x_3 = -5 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 3 \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} x_1 - 5x_2 + 3x_3 = -1 \\ 2x_1 + 4x_2 + x_3 = 6 \\ -3x_1 + 3x_2 - 7x_3 = -13 \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 = -10 \\ -x_1 + 5x_2 - 2x_3 = 5 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 3 \end{cases}$$

$$14. \begin{cases} 3x_1 - 9x_2 + 8x_3 = 5 \\ 2x_1 - 5x_2 + 5x_3 = 4 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = -4 \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} -3x_1 + 5x_2 - 6x_3 = -5 \\ 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 8 \\ x_1 + 4x_2 - x_3 = 1 \end{cases}$$

$$18. \begin{cases} x_1 + 7x_2 - 2x_3 = 3 \\ 3x_1 + 5x_2 + x_3 = 5 \\ -2x_1 + 5x_2 - 5x_3 = -4 \end{cases}$$

$$20. \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - x_3 = -6 \\ 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 = -5 \\ x_1 + x_2 + x_3 = -2 \end{cases}$$

$$21. \begin{cases} -2x_1 + x_2 = -6 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 = 5 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 13 \end{cases}$$

$$22. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 8 \\ -2x_1 + 3x_2 - 3x_3 = -5 \\ 3x_1 - 4x_2 + 5x_3 = 10 \end{cases}$$

$$23. \begin{cases} 7x_1 + 5x_2 + x_3 = 6 \\ x_1 - 2x_2 - 2x_3 = 1 \\ 4x_2 + x_3 = -11 \end{cases}$$

$$24. \begin{cases} x_1 - x_2 + 4x_3 = -2 \\ -3x_1 - 2x_3 = 4 \\ 2x_1 - 3x_2 + 9x_3 = -7 \end{cases}$$

$$25. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_1 + x_2 - 4x_3 = 0 \end{cases}$$

$$26. \begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ -5x_1 + x_2 + 2x_3 = -8 \\ 4x_2 - x_3 = 6 \end{cases}$$

$$27. \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 11 \\ 2x_2 + 3x_3 = 0 \\ -x_1 + x_2 + 4x_3 = 4 \end{cases}$$

$$28. \begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + x_3 = -1 \\ 2x_2 + 5x_3 = -3 \\ -3x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 1 \end{cases}$$

$$29. \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ 3x_2 + 4x_3 = -6 \\ x_1 + x_3 = 1 \end{cases}$$

$$30. \begin{cases} 4x_1 + 7x_2 - 3x_3 = -10 \\ 2x_1 + 9x_2 - x_3 = 8 \\ -x_1 + 6x_2 - 3x_3 = 3 \end{cases}$$

**Задание 2.** По координатам вершин треугольника  $A, B, C$  найти:

- длину стороны  $AB$ ;
  - внутренний угол  $\angle A$  между сторонами  $AB$  и  $AC$ ;
  - уравнение высоты, проведенной через вершину  $C$ ;
  - точку пересечения высот треугольника  $ABC$ ;
  - длину высоты, опущенной из вершины  $C$ ;
  - систему линейных неравенств, определяющих треугольник  $ABC$ .
- Сделать чертеж.

1.	$A(-2;4)$	$B(3;1)$	$C(10;7)$
2.	$A(-3;2)$	$B(4;4)$	$C(6;8)$
3.	$A(1;7)$	$B(-3;-1)$	$C(11;-3)$
4.	$A(1;0)$	$B(-1;4)$	$C(9;5)$
5.	$A(1;-2)$	$B(7;1)$	$C(3;7)$
6.	$A(-2;-3)$	$B(1;6)$	$C(6;1)$
7.	$A(-2;-3)$	$B(1;6)$	$C(6;1)$
8.	$A(-4;2)$	$B(-6;6)$	$C(6;2)$

9.	$A(4;-3)$	$B(7;3)$	$C(1;1)$
10.	$A(4;-4)$	$B(8;2)$	$C(3;8)$
11.	$A(-3;-3)$	$B(5;-7)$	$C(7;7)$
12.	$A(1;-6)$	$B(3;4)$	$C(-3;3)$
13.	$A(-4;2)$	$B(8;-6)$	$C(2;6)$
14.	$A(-5;2)$	$B(0;-4)$	$C(5;7)$
15.	$A(4;-4)$	$B(6;2)$	$C(-1;8)$
16.	$A(-3;8)$	$B(-6;2)$	$C(0;-5)$
17.	$A(6;-4)$	$B(2;-1)$	$C(-4;1)$
18.	$A(4;1)$	$B(-3;-1)$	$C(7;-3)$
19.	$A(-4;2)$	$B(6;-4)$	$C(4;10)$
20.	$A(3;-1)$	$B(1;3)$	$C(-6;2)$
21.	$A(-7;-2)$	$B(7;4)$	$C(5;-5)$
22.	$A(-1;-1)$	$B(4;6)$	$C(-5;4)$
23.	$A(5;-2)$	$B(4;-5)$	$C(-3;1)$
24.	$A(-3;-1)$	$B(-4;-5)$	$C(6;1)$
25.	$A(-2;-6)$	$B(-3;5)$	$C(4;0)$
26.	$A(-7;-2)$	$B(3;-8)$	$C(-4;6)$
27.	$A(6;2)$	$B(-7;-4)$	$C(3;2)$
28.	$A(7;0)$	$B(1;4)$	$C(-8;-4)$
29.	$A(1;-3)$	$B(0;7)$	$C(-2;4)$
30.	$A(-5;1)$	$B(8;-2)$	$C(1;4)$

**Задание 3.** Вычислить пределы функций:

- $$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 - 5x + 3}{3x^2 + x - 4} \text{ при: а) } x_0=2; \text{ б) } x_0=1; \text{ в) } x_0=\infty.$$
- $$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{4x^2 - 14x + 6}{3x^2 - 8x - 3} \text{ при: а) } x_0=1; \text{ б) } x_0=3; \text{ в) } x_0=\infty.$$
- $$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{-2x^2 + 9x - 10}{-3x^2 + 7x - 2} \text{ при: а) } x_0=-4; \text{ б) } x_0=2; \text{ в) } x_0=\infty.$$

4.  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{-3x^2 + 16x - 16}{2x^2 - 13x + 20}$  при: а)  $x_0=3$ ; б)  $x_0=4$ ; в)  $x_0=\infty$ .
5.  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{4x^2 - 17x - 15}{-5x^2 + 23x + 10}$  при: а)  $x_0=-1$ ; б)  $x_0=5$ ; в)  $x_0=\infty$ .
6.  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{6x^2 + 8x - 8}{-5x^2 - 7x + 6}$  при: а)  $x_0=1$ ; б)  $x_0=-2$ ; в)  $x_0=\infty$ .
7.  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{3x^2 - 4x - 15}{2x^2 - 5x - 3}$  при: а)  $x_0=1$ ; б)  $x_0=3$ ; в)  $x_0=\infty$ .
8.  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{3x^2 + 2x - 21}{-2x^2 - 5x + 3}$  при: а)  $x_0=1$ ; б)  $x_0=-3$ ; в)  $x_0=\infty$ .
9.  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 + 5x - 3}{3x^2 + 4x - 15}$  при: а)  $x_0=-4$ ; б)  $x_0=-3$ ; в)  $x_0=\infty$ .
10.  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{4x^2 + 10x - 24}{-3x^2 - 10x + 8}$  при: а)  $x_0=2$ ; б)  $x_0=-4$ ; в)  $x_0=\infty$ .
11.  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{3x^2 - 14x + 8}{2x^2 - 7x - 4}$  при: а)  $x_0=-1$ ; б)  $x_0=4$ ; в)  $x_0=\infty$ .
12.  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 + 5x + 6}{2x^2 + 5x - 3}$  при: а)  $x_0=5$ ; б)  $x_0=-3$ ; в)  $x_0=\infty$ .
13.  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{-4x^2 - 15x + 25}{2x^2 + 11x + 5}$  при: а)  $x_0=1$ ; б)  $x_0=-5$ ; в)  $x_0=\infty$ .
14.  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 - x - 6}{4x^2 - 7x - 2}$  при: а)  $x_0=-5$ ; б)  $x_0=2$ ; в)  $x_0=\infty$ .
15.  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{3x^2 - 11x + 10}{2x^2 - 5x + 2}$  при: а)  $x_0=4$ ; б)  $x_0=2$ ; в)  $x_0=\infty$ .
16.  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 - 5x - 3}{x^2 - 5x + 6}$  при: а)  $x_0=2$ ; б)  $x_0=3$ ; в)  $x_0=\infty$ .
17.  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{-4x^2 - 7x - 3}{7x^2 + 10x + 3}$  при: а)  $x_0=-3$ ; б)  $x_0=-1$ ; в)  $x_0=\infty$ .
18.  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{-3x^2 - 7x + 6}{2x^2 + 5x - 3}$  при: а)  $x_0=-2$ ; б)  $x_0=-3$ ; в)  $x_0=\infty$ .
19.  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 + x - 3}{-5x^2 + 7x - 2}$  при: а)  $x_0=5$ ; б)  $x_0=1$ ; в)  $x_0=\infty$ .
20.  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{3x^2 + 5x + 2}{4x^2 + 3x - 1}$  при: а)  $x_0=3$ ; б)  $x_0=-1$ ; в)  $x_0=\infty$ .

21.  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{-2x^2 + 3x + 2}{-3x^2 + 4x + 4}$  при: а)  $x_0=2$ ; б)  $x_0=2$ ; в)  $x_0=\infty$ .
22.  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{3x^2 + 8x + 4}{4x^2 + 7x - 2}$  при: а)  $x_0=-1$ ; б)  $x_0=-2$ ; в)  $x_0=\infty$ .
23.  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{-3x^2 + 8x + 3}{2x^2 - 5x - 3}$  при: а)  $x_0=-2$ ; б)  $x_0=3$ ; в)  $x_0=\infty$ .
24.  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 - 9x + 4}{-3x^2 + 10x + 8}$  при: а)  $x_0=-1$ ; б)  $x_0=4$ ; в)  $x_0=\infty$ .
25.  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 - 8x - 10}{-2x^2 + 9x + 5}$  при: а)  $x_0=3$ ; б)  $x_0=5$ ; в)  $x_0=\infty$ .
26.  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{3x^2 + 11x - 4}{-2x^2 - 9x - 4}$  при: а)  $x_0=1$ ; б)  $x_0=-4$ ; в)  $x_0=\infty$ .
27.  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 + 11x + 5}{-x^2 - 6x - 5}$  при: а)  $x_0=2$ ; б)  $x_0=-5$ ; в)  $x_0=\infty$ .
28.  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{-2x^2 - 9x - 9}{3x^2 + 4x - 15}$  при: а)  $x_0=-1$ ; б)  $x_0=-3$ ; в)  $x_0=\infty$ .
29.  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{-3x^2 + x + 2}{4x^2 - 5x + 1}$  при: а)  $x_0=-5$ ; б)  $x_0=1$ ; в)  $x_0=\infty$ .
30.  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 - x - 3}{-3x^2 - 5x - 2}$  при: а)  $x_0=4$ ; б)  $x_0=-1$ ; в)  $x_0=\infty$ .

**Задание 4.** Найти производные заданных функций:

1. а)  $y = 3^4 \sqrt{x} + 2 \ln x$ ; б)  $y = x^3 \cdot \operatorname{tg} x$ ; в)  $y = \frac{e^x}{\arcsin x}$ ; г)  $y = \sin(2x^3 + 1)$ .
2. а)  $y = -4\sqrt{x} + 5e^x$ ; б)  $y = \sin x \cdot \ln x$ ; в)  $y = \frac{\operatorname{tg} x}{x^3}$ ; г)  $y = \operatorname{ctg}^3(4x - 3)$ .
3. а)  $y = 2 \ln x + 5 \operatorname{tg} x$ ; б)  $y = x^4 \cdot \operatorname{arcc} \operatorname{tg} x$ ; в)  $y = \frac{\sin x}{e^x}$ ; г)  $y = \ln(4 - 3x^2)$ .
4. а)  $y = 2 \cos x - 3e^x$ ; б)  $y = \sqrt[3]{x} \cdot \operatorname{ctg} x$ ; в)  $y = \frac{\ln x}{\arccos x}$ ; г)  $y = \operatorname{tg}^4(1 + 5x)$ .
5. а)  $y = 3x^4 - \sin x$ ; б)  $y = \cos x \cdot e^x$ ; в)  $y = \frac{\sqrt[5]{x}}{\ln x}$ ; г)  $y = e^{\operatorname{tg} 2x}$ .

6. a)  $y = 2e^x - 3 \ln x$ ; б)  $y = x^5 \arccos x$ ; B)  $y = \frac{\operatorname{tg} x}{\sqrt{x}}$ ; Г)  $y = \sin^5(3 - 2x)$ .
7. a)  $y = 2x^3 + \cos x$ ; б)  $y = \ln x \cdot \operatorname{arctg} x$ ; B)  $y = \frac{e^x}{\sin x}$ ; Г)  $y = \operatorname{ctg}(5\sqrt{x} + 1)$ .
8. a)  $y = 5 \ln x - 3\sqrt[5]{x}$ ; б)  $y = e^x \cdot \sin x$ ; B)  $y = \frac{x^4}{\operatorname{ctg} x}$ ; Г)  $y = \cos(\ln x + 1)$ .
9. a)  $y = 6 \sin x + 2e^x$ ; б)  $y = x^2 \cdot \ln x$ ; B)  $y = \frac{\sqrt[3]{x}}{\arccos x}$ ; Г)  $y = \operatorname{tg}^2(5x - 4)$ .
10. a)  $y = 2x^5 - 3 \cos x$ ; б)  $y = e^x \cdot \operatorname{tg} x$ ; B)  $y = \frac{\sqrt[6]{x}}{\ln x}$ ; Г)  $y = \sqrt{2 - 4x^3}$ .
11. a)  $y = \operatorname{ctg} x + \operatorname{tg} x$ ; б)  $y = x \arcsin x$ ; B)  $y = \frac{x^3 + 1}{x^2 - x}$ ; Г)  $y = -\frac{5}{3x - 4}$ .
12. a)  $y = 5 \operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x$ ; б)  $y = \log_7 x \cdot \operatorname{ctg} x$ ; B)  $y = \frac{1}{x^2} + \frac{\ln x}{x}$ ; Г)  $y = \sqrt{1 + 2x}$ .
13. a)  $y = 5x^{\frac{2}{3}} - 3x^{\frac{5}{2}}$ ; б)  $y = 7^x \arccos x$ ; B)  $y = \frac{x^5}{6^x}$ ; Г)  $y = -\frac{3}{4x - 5}$ .
14. a)  $y = 5 \operatorname{arctg} x + x$ ; б)  $y = x^2 \cdot \operatorname{tg} x$ ; B)  $y = \frac{\arccos x}{x^9}$ ; Г)  $y = \sqrt{5 - 3x}$ .
15. a)  $y = \operatorname{tg} x + \operatorname{arctg} x$ ; б)  $y = (x^2 - 2x) \cdot 2^x$ ; B)  $y = \frac{20x}{x^2 + 1}$ ; Г)  $y = -\frac{8}{3x + 1}$ .
16. a)  $y = 8x + \operatorname{arctg} x$ ; б)  $y = x \cdot \arcsin x$ ; B)  $y = \frac{5 - 7x}{1 + 4x}$ ; Г)  $y = \sqrt{2x - 9}$ .
17. a)  $y = x + \operatorname{ctg} x$ ; б)  $y = 7^x \cdot \cos x$ ; B)  $y = \frac{18}{9 - x^2}$ ; Г)  $y = \sin(2x + 1)$ .
18. a)  $y = 2x^4 + \cos x$ ; б)  $y = (x - 4) \cdot \sin x$ ; B)  $y = \frac{e^x}{x^5}$ ; Г)  $y = \cos(2x^3 + 1)$ .
19. a)  $y = 2 + 6 \sin x$ ; б)  $y = (x^2 - 1) \cdot \sin x$ ; B)  $y = -\frac{x + 1}{3x - 5}$ ; Г)  $y = \operatorname{tg}(2x^2 + 1)$ .
20. a)  $y = 2x^2 + \cos x$ ; б)  $y = x^2 \cdot \arcsin x$ ; B)  $y = \frac{\cos x}{x^9}$ ; Г)  $y = e^{\sin 2x}$ .
21. a)  $y = 2x^2 + \cos x$ ; б)  $y = x \cdot (x + 1)^2$ ; B)  $y = \frac{\arccos x}{x + 2}$ ; Г)  $y = e^{\operatorname{ctg} 3x}$ .
22. a)  $y = \operatorname{arctg} x + \operatorname{ctg} x$ ; б)  $y = x^3 \cdot \operatorname{ctg} x$ ; B)  $y = \frac{e^x}{x - 2}$ ; Г)  $y = e^{\operatorname{tg} 2x}$ .

23. а)  $y = 2x^2 + 7 \cos x$ ; б)  $y = x^2 \cdot \operatorname{tg} x$ ; в)  $y = \frac{e^x}{x^2}$ ; г)  $y = \cos(5\sqrt{x+1})$ .
24. а)  $y = x^5 - 9 \cos x$ ; б)  $y = (x-2) \cdot \operatorname{tg} x$ ; в)  $y = \frac{e^x + 3}{x^5}$ ; г)  $y = \ln(6\sqrt{x+3})$ .
25. а)  $y = 6 \ln x + 5x$ ; б)  $y = x \cdot \ln x$ ; в)  $y = \frac{x+5}{6^x}$ ; г)  $y = \operatorname{tg}(6\sqrt{x+3})$ .
26. а)  $y = 2x + 5 \operatorname{tg} x$ ; б)  $y = \sin x \cdot x^2$ ; в)  $y = \frac{x^5}{2^x}$ ; г)  $y = \operatorname{tg}(5x+4)$ .
27. а)  $y = 8x + 5 \operatorname{ctg} x$ ; б)  $y = 4 \sin x \cdot \ln x$ ; в)  $y = \frac{(x+1)}{3^x}$ ; г)  $y = \operatorname{ctg}^3 x$ .
28. а)  $y = 2^4 \sqrt{x} + 2x^5$ ; б)  $y = x^3 \cdot (x+1)^2$ ; в)  $y = \frac{\sqrt{x}}{\ln x}$ ; г)  $y = \operatorname{tg}^2(5x-4)$ .
29. а)  $y = 3\sqrt{x} + 2x$ ; б)  $y = x \cdot (x+1)^3$ ; в)  $y = \frac{\sqrt{x}}{\ln(x+7)}$ ; г)  $y = \ln(3x^2)$ .
30. а)  $y = 5\sqrt[3]{x} + 4 \ln x$ ; б)  $y = (x-1) \cdot (x+1)$ ; в)  $y = \frac{\sqrt[6]{x}}{\ln x}$ ; г)  $y = \ln(4+8x^3)$ .

**Задание 5.** Исследовать средствами дифференциального исчисления функцию  $y=f(x)$  и построить ее график:

1.  $y = \frac{13}{1-x^2}$

2.  $y = \frac{-4}{4-x^2}$

3.  $y = \frac{-11}{1-x^2}$

4.  $y = \frac{11}{3-x^2}$

5.  $y = \frac{12}{2-x^2}$

6.  $y = \frac{21}{3-x^2}$

7.  $y = \frac{1}{9-x^2}$

8.  $y = \frac{20}{2-x^2}$

9.  $y = \frac{3}{1-x^2}$

10.  $y = \frac{18}{9-x^2}$

11.  $y = \frac{8}{4-x^2}$

12.  $y = \frac{17}{4-x^2}$

13.  $y = \frac{10}{2-x^2}$

14.  $y = \frac{15}{3-x^2}$

15.  $y = \frac{-9}{9-x^2}$

16.  $y = \frac{-12}{3-x^2}$

17.  $y = \frac{22}{2-x^2}$

18.  $y = \frac{16}{4-x^2}$

19.  $y = \frac{-3}{1-x^2}$

20.  $y = \frac{9}{1-x^2}$

21.  $y = \frac{4}{2-x^2}$

22.  $y = \frac{-1}{9-x^2}$

23.  $y = \frac{-8}{9-x^2}$

24.  $y = \frac{6}{3-x^2}$



$$25. \quad y = \frac{-7}{1-x^2}$$

$$26. \quad y = \frac{5}{3-x^2}$$

$$27. \quad y = \frac{-5}{4-x^2}$$

$$28. \quad y = \frac{-6}{2-x^2}$$

$$29. \quad y = \frac{7}{4-x^2}$$

$$30. \quad y = \frac{8}{9-x^2}$$

**Задание 6.** Исследовать средствами дифференциального исчисления функцию  $y=f(x)$  и построить ее график:

$$1. \quad y = x^3 - 5x^2 - 8x + 12$$

$$2. \quad y = x^3 - 9x^2 + 15x - 7$$

$$3. \quad y = x^3 - 9x^2 + 2x - 20$$

$$4. \quad y = x^3 + x^2 - 16x - 16$$

$$5. \quad y = x^3 - 8x^2 + 5x + 14$$

$$6. \quad y = x^3 + 5x^2 - 8x + 12$$

$$7. \quad y = x^3 + 2,5x^2 - 2x - 1,5$$

$$8. \quad y = x^3 - 4x^2 - 11x + 30$$

$$9. \quad y = x^3 - 8,5x^2 + 20x - 12,5$$

$$10. \quad y = x^3 - x^2 - 16x + 16$$

$$11. \quad y = x^3 - 0,5x^2 - 4x + 2$$

$$12. \quad y = x^3 - 3x^2 - 9x - 5$$

$$13. \quad y = x^3 - 3x^2 - 2x - 28$$

$$14. \quad y = x^3 - 14x^2 + 49x - 36$$

$$15. \quad y = x^3 + 8x^2 + 5x - 14$$

$$16. \quad y = x^3 - 10x^2 + 17x + 28$$

$$17. \quad y = x^3 + 12x^2 + 45x + 50$$

$$18. \quad y = x^3 + 6x^2 - 15x + 8$$

$$19. \quad y = x^3 + 6x^2 + 5x + 4$$

$$20. \quad y = x^3 + 9x^2 + 15x + 7$$

$$21. \quad y = x^3 - 12x^2 + 45x - 50$$

$$22. \quad y = x^3 + 4x^2 - 11x - 30$$

$$23. \quad y = x^3 + 3x^2 - 2x + 28$$

$$24. \quad y = x^3 + 0,5x^2 - 4x - 2$$

$$25. \quad y = x^3 - 6x^2 + 9x - 4$$

$$26. \quad y = x^3 - 2,5x^2 - 2x + 1,5$$

$$27. \quad y = x^3 + 9x^2 + 2x + 20$$

$$28. \quad y = x^3 + 3x^2 - 9x + 5$$

$$29. \quad y = x^3 + 5x^2 - 8x - 12$$

$$30. \quad y = x^3 - 5x^2 - 8x - 12$$

**Задание 7.** Найти неопределенные интегралы. Результаты проверить дифференцированием:

$$1. \quad \text{а) } \int \left( 2x^2 + \frac{3}{x} - \sqrt[3]{x} \right) dx ;$$

$$\text{б) } \int (2 + 5x) \sin x dx .$$

$$2. \quad \text{а) } \int \left( -5x^4 + \frac{2}{x} + \sqrt[5]{x} \right) dx ;$$

$$\text{б) } \int xe^{4x} dx .$$

3. a)  $\int \left( 3x^3 - \frac{4}{x} - 7\sqrt{x} \right) dx$ ;      б)  $\int x^2 \ln(2 - 3x) dx$ .
4. a)  $\int \left( -2x^5 + \frac{5}{x} + 4\sqrt{x} \right) dx$ ;      б)  $\int (1 - 2x) \cos x dx$ .
5. a)  $\int \left( -7x^3 - \frac{6}{x} + 3\sqrt{x} \right) dx$ ;      б)  $\int (3 + 7x) \sin x dx$ .
6. a)  $\int \left( 4x^8 + \frac{1}{x} - 4\sqrt{x} \right) dx$ ;      б)  $\int x e^{-3x} dx$ .
7. a)  $\int \left( -6x^3 - \frac{5}{x} - \sqrt{x} \right) dx$ ;      б)  $\int x \ln(4 + 5x) dx$ .
8. a)  $\int \left( 7x^5 + \frac{2}{x} + 6\sqrt{x} \right) dx$ ;      б)  $\int (6 - 5x) \cos x dx$ .
9. a)  $\int \left( -9x^4 + \frac{5}{x} - 7\sqrt{x} \right) dx$ ;      б)  $\int x \sin(3x - 2) dx$ .
10. a)  $\int \left( 3x^2 + \frac{8}{x} + 5\sqrt{x} \right) dx$ ;      б)  $\int (2x + 7)e^x dx$ .
11. a)  $\int (2 + x + \cos 2x) dx$ ;      б)  $\int (x + 7)e^x dx$ .
12. a)  $\int \left( 2 - \frac{3}{1+x^2} \right) dx$ ;      б)  $\int (4x + 5)e^{-3x} dx$ .
13. a)  $\int (5 - 3x + \cos 3x) dx$ ;      б)  $\int \frac{\ln x}{x} dx$ .
14. a)  $\int \left( 3 - \frac{5}{4+x^2} \right) dx$ ;      б)  $\int \frac{\ln^2 x}{x} dx$ .
15. a)  $\int (x + \sqrt[3]{x^2 + 1}) dx$ ;      б)  $\int \frac{\ln x}{x^2} dx$ .
16. a)  $\int \left( 3 - \frac{e^x}{3} \right) dx$ ;      б)  $\int 5x \sin(3x - 2) dx$ .
17. a)  $\int \left( 2 - \frac{5}{4x} \right) dx$ ;      б)  $\int 5x \sin(2x) dx$ .
18. a)  $\int (\sqrt[5]{3x} + \sin 3x) dx$ ;      б)  $\int 5x \cos(2x) dx$ .
19. a)  $\int (e^{7x} - \sin 2x) dx$ ;      б)  $\int (2x - 5) \ln x dx$ .
20. a)  $\int \left( \frac{2x+1}{3} + 5 \right) dx$ ;      б)  $\int 5x \sin(3x - 2) dx$ .
21. a)  $\int \left( -6 + \frac{5}{3x} - 5 \sin(2 + 3x) \right) dx$ ;      б)  $\int (1 - 2x) \cos 5x dx$ .
22. a)  $\int \left( x^3 - \frac{25}{x+4} - 4 \sin 2x \right) dx$ ;      б)  $\int x \cos 2x dx$ .

23.  $\int \left( \frac{3}{x} - \frac{5}{x} \right) dx$  б)  $\int (3 - 5x) \sin x dx$ .
24. а)  $\int ((2 - 5x)^3 - 8e^{3x}) dx$ ; б)  $\int x \cos 2x dx$ .
25.  $\int \left( \frac{4}{3 + 2x} \right) dx$  б)  $\int (3 - 5x) \sin 7x dx$ .
26. а)  $\int \left( (2 - 5x)^3 - \frac{4}{x} \right) dx$  б)  $\int (5 + 3x) \cos x dx$ .
27.  $\int \left( \frac{4}{x} - \frac{12}{x} \right) dx$  б)  $\int x^2 \ln x dx$ .
28. а)  $\int \left( \frac{2}{x} \right) dx$  б)  $\int (1 + 3x) \sin x dx$ .
29. а)  $\int ((2x + 3)^2 + e^{x-3}) dx$ ; б)  $\int (3 + 7x) \sin x dx$ .
30.  $\int \left( \frac{2}{5x-2} \right) dx$  б)  $\int x \cos 4x dx$ .

**Задание 8.** Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной заданными линиями. Сделать чертеж.

1.  $y = x^2 + 6x + 10$ ;  $y = x + 6$ ; 2.  $y = x^3 - 2$ ;  $x = 0$ ;  $y = x + 2$ ;  $x = -3$ ; 3.  $y = x^3 - 1$ ;  $x = 0$ ;  $y = x + 3$ ;  $x = -2$ ;
4.  $y = x^2 - 4x + 3$ ;  $y = x - 1$ ; 5.  $3x^2 - 2y = 0$ ;  $2x + 2y - 1 = 0$ ; 6.  $4x - 3y^2 = 0$ ;  $4x + 2y - 1 = 0$ ;
7.  $y = x^3 + 1$ ;  $x = 0$ ;  $y = x + 5$ ;  $x = -2$ ; 8.  $y = -x^2 - 4x - 1$ ;  $y = -x - 1$ ; 9.  $y = x^3 + 2$ ;  $x = 0$ ;  $y = x + 6$ ;  $x = -2$ ;
10.  $2x - 3y^2 = 0$ ;  $2x + 2y - 1 = 0$ ; 11.  $y = x^2 - 4x + 6$ ;  $y = x + 2$ ; 12.  $3x^2 - 2y = 0$ ;  $2x - 2y + 1 = 0$ ;
13.  $y = x^3 + 3$ ;  $x = 0$ ;  $y = x + 7$ ;  $x = -2$ ; 14.  $y = x^2 + 2$ ;  $x = 1$ ;  $y = 1 - x^2$ ;  $x = 0$ ; 15.  $y = x^2 + 6x + 11$ ;  $y = x + 7$ ;
16.  $y = x^3 - 4$ ;  $x = 0$ ;  $y = x - 8$ ;  $x = 1$ ; 17.  $y = -x^2 + 2x + 1$ ;  $y = -x + 1$ ; 18.  $y = x^3 + 4$ ;  $x = 0$ ;  $y = x$ ;  $x = 7$ ;
19.  $y = -x^2 - 6x - 8$ ;  $y = -x - 4$ ; 20.  $4x + 3y^2 = 0$ ;  $4x + 2y + 1 = 0$ ; 21.  $2x + 3y^2 = 0$ ;  $2x + 2y + 1 = 0$ ;
22.  $y = x^3 - 2$ ;  $x = 0$ ;  $y = x + 2$ ;  $x = -1$ ; 23.  $y = -x^2 - 4x - 3$ ;  $y = -x - 3$ ; 24.  $y = x^3 - 5$ ;  $x = 0$ ;  $y = x - 1$ ;  $x = -6$ ;
25.  $3x^2 + 4y = 0$ ; 26.  $3x^2 - 4y = 0$ ; 27.  $y = x^2 + 2x + 2$ ;

$$2x + 4y + 1 = 0. \quad 2x + 4y - 1 = 0. \quad y = x + 4.$$

28.  $y = x^2;$       29.  $y = x^3 - 5;$      $x = 0;$     30.  $y = -x^2 + 6x - 7;$   
 $4y = 4 + 3x^2.$        $y = x - 1;$      $x = -4.$        $y = -x + 3.$

**Задание 9.** Найти общее решение дифференциального уравнения с разделяющимися переменными и частное решение, удовлетворяющее начальному условию:

1.  $y^3 y' + x^2 = 1;$     2.  $x^2 y' - y = 3;$     3.  $y^4 y' + x^3 = 54;$      $y(1) = \sqrt[5]{2}.$   
 $y(0) = \sqrt{2}.$        $y(1) = -2.$

4.  $x^4 yy' - 2x = 5;$     5.  $yy' + x = 4;$     6.  $xy' - y = 2;$      $y(1) = 3.$   
 $y(1) = 1.$        $y(0) = 4.$

7.  $x^3 y' + 4y = 7;$     8.  $y^2 y' - 4x^3 = -1;$     9.  $x^3 y' - y = 2;$      $y(1) = -1.$   
 $y(1) = 1.$        $y(2) = 0.$

10.  $y^3 y' - 3x^5 = 2;$     11.  $x^3 yy' + 4x = 1;$     12.  $x^3 y' - 2y = e^2;$      $y(1) = 0.$   
 $y(1) = 1.$        $y(1) = 0.$

13.  $x^2 y^2 y' + x = 3;$     14.  $x^4 y' - 3y = 1;$     15.  $y^5 y' - 2x = 3;$   
 $y(1) = -2.$        $y(1) = 0.$        $y(2) = \sqrt{2}.$

16.  $xy y' + x^3 = 1;$     17.  $y^3 y' - 7x^4 = -2$     18.  $x^5 yy' - 3x = 4;$      $y(1) = 2.$   
 $y(1) = 1.$       ;  $y(0) = \sqrt[4]{2}.$

19.  $xy^2 y' + 2x^4 = 7;$     20.  $xy' - y = 1;$     21.  $x^2 y' - 5y = e;$      $y(2) = 0.$   
 $y(1) = 2.$        $y(5) = 0.$

22.  $x^2 yy' - 7x^3 = 2;$     23.  $x^5 y' + 2y = e^6;$     24.  $x^2 y^3 y' - 2x^5 = -3;$   
 $y(1) = 1.$        $y(1) = 0.$        $y(1) = -1.$

25.  $y^2 y' - x^2 = 4;$     26.  $x^3 y^2 y' + x^2 = -2;$     27.  $x^3 y' - 6y = e;$      $y(2) = 0.$   
 $y(-1) = -2.$        $y(1) = 1.$

28.  $x^2 yy' + x = 3;$     29.  $x^5 y^2 y' - 4x^2 = 1;$     30.  $x^2 y^4 y' - x = 1;$      $y(1) = -2.$   
 $y(1) = 2.$        $y(1) = -2.$

**Задание 10.** Исследовать сходимость ряда:

1.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{n^2}$       2.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(n+1)}{5^n}$       3.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{(n+1)!}$

4.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{10^n}$       5.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n n!}{n^2}$       6.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n!}$

$$\begin{array}{lll}
7. & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{4^n} & 8. & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(n+1)!} & 9. & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(n+1)}{2^n} \\
10. & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{6^n}{n!} & 11. & \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{5^n(n+1)} & 12. & \sum_{n=6}^{\infty} \frac{3}{4^n(n-5)^2} \\
13. & \sum_{n=3}^{\infty} \frac{n}{4^n(n-2)} & 14. & \sum_{n=0}^{\infty} \frac{5}{3^n(n+4)} & 15. & \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n-1)}{3^n} \\
16. & \sum_{n=4}^{\infty} \frac{n}{2^n} & 17. & \sum_{n=4}^{\infty} \frac{n^2}{2^n} & 18. & \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n!}{4^n(n+6)} \\
19. & \sum_{n=3}^{\infty} \frac{n!}{(n-2)} & 20. & \sum_{n=3}^{\infty} \frac{n-1}{7^n} & 21. & \sum_{n=3}^{\infty} \frac{n!}{(n+2)} \\
22. & \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n-2)}{3^n} & 23. & \sum_{n=4}^{\infty} \frac{n^2}{3^n} & 24. & \sum_{n=3}^{\infty} \frac{n-1}{7^n} \\
25. & \sum_{n=3}^{\infty} \frac{n}{2^n(n-2)} & 26. & \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n!}{2^n} & 27. & \sum_{n=3}^{\infty} \frac{n^2}{3^n} \\
28. & \sum_{n=6}^{\infty} \frac{3}{4^n(n-5)^2} & 29. & \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{2^n(n+1)} & 30. & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n n!}{n^3}
\end{array}$$

**Критерии оценки индивидуальных заданий (ИЗСРС):**

Индивидуальные задания для самостоятельной работы студентов (ИЗСРС) выполняются студентами ДФО в течении семестра по темам. Каждый студент имеет номер варианта, который определяется по списку в журнале. Преподаватель проверяет выполненные варианты и перед контрольной точкой текущей аттестации выставляет оценочный балл. Студентам ЗФО предлагается выполнять задания во время изучения дисциплины.

Максимальное количество баллов по разделу – 6.

Оценка 5-6 баллов выставляется обучающемуся, если он правильно выполнил все задания;

Оценка 3-4 балла выставляется обучающемуся, если он правильно выполнил все задания после второй проверки преподавателем;

Оценка 1-2 балла выставляется обучающемуся, если он правильно выполнил задания после второй и более проверок преподавателем.

Оценка 0 баллов выставляется обучающемуся, если он не выполнял индивидуальные задания.

## 2.3 Типовые экзаменационные материалы

### *Перечень вопросов для проведения экзамена (теоретические вопросы)*

Перечень вопросов к экзамену.

1. Понятие матрицы, типы матриц
2. Операции с матрицами (сложение, умножение на число, умножение матрицы на матрицу, транспортирование матриц). Свойства операций.
3. Определители матриц, их свойства.
4. Разложение определителя по элементам любой строки, столбца.
5. Обратная матрица. Критерий ее существования и формула для вычисления.
6. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ).
7. Совместные, несовместные, определенные, неопределенные СЛАУ.
8. Формулы Крамера для решения СЛАУ.
9. Матричный метод решения СЛАУ.
10. Минор матрицы, ранг матрицы.
11. Элементарные преобразования матриц, эквивалентные матрицы и их ранги.
12. Линейно зависимые, линейно независимые строки матрицы. Критерий линейной зависимости.
13. Критерий совместности СЛАУ Кронекера-Капелли.
14. Метод Жордано-Гаусса решения СЛАУ. Базисный минор, базисные и свободные переменные СЛАУ.
15. Решение однородных систем линейных уравнений (ОСЛАУ).
16. Критерий существования нетривиальных решений ОСЛАУ.
17. Фундаментальная система решений ОСЛАУ, общее решение.
18. Понятие  $n$ -мерного вектора, операции с векторами.
19. Линейное арифметическое векторное пространство.
20. Линейно зависимая и независимая система векторов. Критерий линейной зависимости системы векторов.
21. Существование в  $R^n$  системы  $n$  линейно независимых векторов. Базис в  $R^n$ .
22. Линейная зависимость в  $R^n$  любой системы из  $m$  векторов ( $m > n$ ).
23. Критерий базиса в  $R^n$ . Разложение вектора по базису и его единственность.
24. Скалярное произведение в  $R^n$ , его свойства. Экономический и механический смысл скалярного произведения.
25.  $n$ -мерное евклидово пространство, модуль вектора, направление косинусы вектора.
26. Проекция вектора на вектор, ортогональные, коллинеарные, компланарные векторы.
27. Вектор как направленный отрезок. Декартов прямоугольный базис и декартова прямоугольная система координат (д.п.с.к.).
28. Радиус-вектор точки, координаты точки в д.п.с.к.
29. Векторное произведение векторов в  $E_3$ , его свойства, механический смысл.
30. Смешанное произведение векторов в  $E_3$ , его свойства.
31. Условия ортогональности, коллинеарности, компланарности векторов в  $E_3$ .
32. Понятие уравнения геометрического образа.
33. Плоскость, нормальный вектор плоскости. Общее уравнение плоскости и его частные случаи.
34. Угол между плоскостями, условие перпендикулярности и параллельности плоскостей, расстояние от точки до плоскости. Плоскость в  $E_n$ ,  $n > 3$ .
35. Прямая в  $E_3$ , ее направляющий вектор. Общие, канонические, параметрические уравнения прямой. Луч и отрезок.
36. Угол между прямыми в  $E_3$ . Перпендикулярные, параллельные, пересекающиеся и скрещивающиеся прямые. Расстояние от точки до прямой в  $E_3$ . Прямая, луч и отрезок в  $E_n$ ,  $n > 3$ .
37. Угол между прямой и плоскостью, условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости. Точка пересечения прямой и плоскости, принадлежность прямой плоскости.

38. Прямая на плоскости, как частный случай прямой в Е3 и как линия пересечения плоскости с плоскостью ОХУ.
39. Уравнение прямой на плоскости с угловым коэффициентом.
40. Уравнение кривой второго порядка, его преобразование с помощью поворота и параллельного переноса осей координат.
41. Эллипс, гипербола, парабола. Оси симметрии, центр, вершины, эксцентриситет. Канонические уравнения и уравнения со смещенным центром.
42. Множество, операции с множествами.
43. Функция одной переменной, способы задания. Основные элементарные функции, их графики. Сложная функция.
44. Предел функции при  $x \rightarrow x_0$  ( $x \rightarrow \infty$ ).
45. Бесконечно малая функция и ее свойства.
46. Бесконечно большая функция, связь с бесконечно малой.
47. Основные теоремы о пределах функции (критерий существования предела, единственность, предел суммы, произведения, частного).
48. Первый и второй специальные пределы.
49. Сравнение бесконечно малых функций.
50. Односторонние пределы функции.
51. Непрерывность функции в точке, на интервале, отрезке. Точки разрыва и их классификация.
52. Основные теоремы о непрерывных функциях (непрерывность основных элементарных функций, сложной функции).
53. Свойства функций непрерывных на замкнутом отрезке, абсолютный экстремум функции.
54. Приращение аргумента и приращение функции. Задача о касательной к плоской кривой.
55. Производная функции, ее геометрический и физический смысл. Уравнение касательной и нормали к кривой.
56. Темп роста и эластичность функции.
57. Необходимое условие дифференцируемости функции.
58. Основные правила и формулы дифференцирования.
59. Дифференциал функции, его геометрический смысл, свойства, применение к приближенным вычислениям.
60. Производные и дифференциалы высших порядков.
61. Первообразная. Теорема о первообразной. НИ, его геометрический смысл.
62. Свойства НИ.
63. Теорема о замене переменной в НИ.
64. Таблица основных интегралов.
65. Интегрирование по частям в НИ.
66. Рациональные дроби, правильные и неправильные дроби. Интегрирование неправильных дробей (теорема).
67. Простейшие рациональные дроби, их интегрирование. Теорема о разложении правильной дроби на сумму простейших дробей.
68. Интегрирование тригонометрических функций.
69. Интегрирование простейших иррациональностей.
70. Тригонометрические подстановки.
71. Задача о вычислении площади криволинейной трапеции.
72. ОИ как предел интегральных сумм. Геометрический смысл ОИ. Теорема существования ОИ.
73. Свойства ОИ, теорема о среднем.
74. Теорема о производной от интеграла с переменным верхним пределом.
75. Формула Ньютона-Лейбница (теорема).
76. Замена переменной и интегрирование по частям в ОИ.

77. Теоремы о площади плоской фигуры, ограниченной линиями, заданными а) в декартовой системе координат; б) параметрически.
78. Длина дуги плоской кривой. Теорема о длине дуги в декартовой системе координат и ее следствия.
79. Вычисление объемов тел по площадям поперечных сечений (теорема). Объем тела вращения.
80. Экономические приложения ОИ.
81. Несобственные интегралы 1-го рода и 2-го, их определение, вычисление и геометрический смысл.
82. Дифференциальные уравнения первого порядка. Основные понятия
83. ДУ с разделяющимися переменными
84. Однородные ДУ.
85. Линейные дифференциальные уравнения.
86. Дифференциальные уравнения второго порядка. Основные понятия
87. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка
88. Числовые ряды. Частичная сумма. Сумма ряда
89. Необходимый признак сходимости. Гармонический ряд
90. Достаточные признаки сходимости. Признак сравнения
91. Признак Даламбера
92. Радикальный признак Коши
93. Интегральный признак Коши
94. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница
95. Функциональные ряды. Сходимость функциональных рядов.

**Перечень практических заданий для проведения экзамена  
(практический вопрос)**

<p>1. Даны матрицы</p> $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ и } B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ <p>Вычислить <math>A \cdot B</math></p>	<p>2. Даны матрицы</p> $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ и } B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ <p>Вычислить <math>A^2</math></p>
<p>3. Даны матрицы</p> $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ и } B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 4 \\ 4 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ <p>Вычислить <math>A^{-1}</math></p>	<p>4. Даны матрицы</p> $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ <p>Вычислить <math>5 \cdot A + 2 \cdot B</math></p>
<p>5. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера</p> $\begin{cases} 2x + 5y + z = 8, \\ 3x - y + 2z = 3, \\ x + y - 2z = 5. \end{cases}$	<p>6. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы</p>



	$\begin{cases} 3x + y + 2z = 3, \\ 4x - y + 3z = 2, \\ x + y - 2z = -1. \end{cases}$
<p>7. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса</p> $\begin{cases} x - 3y + 2z = 3, \\ 2x - 5y + z = 4, \\ x + 2y - z = 5. \end{cases}$	<p>8. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса</p> $\begin{cases} 3x + y + 4z = 1, \\ 2x - y - z = 2, \\ x + y + z = -2. \end{cases}$
<p>9. Даны координаты точек <math>A(4; -1; 3)</math>, <math>B(-2; 1; 0)</math>, <math>C(0; -5; 1)</math>, <math>D(4; -1; 2)</math>. Найти угол между векторами <math>\overrightarrow{AB}</math> и <math>\overrightarrow{CD}</math>.</p>	<p>10. Даны координаты вершин треугольника <math>A(-1; 2; -3)</math>, <math>B(4; -1; 0)</math>, <math>C(2; 1; -2)</math>. Найти площадь треугольника <math>ABC</math>.</p>
<p>11. Даны координаты вершины пирамиды <math>A(5; 2; 0)</math>, <math>B(2; 5; 0)</math>, <math>C(1; 2; 4)</math>, <math>D(-1; 1; 1)</math>. Найти объем пирамиды <math>ABCD</math>.</p>	<p>12. Даны три точки <math>A(2; -1; -2)</math>, <math>B(1; 2; 1)</math>, <math>C(2; 0; -3)</math>. Найти уравнение плоскости, проходящей через точку <math>A</math> перпендикулярно вектору <math>\overrightarrow{BC}</math>.</p>
<p>13. Даны три точки <math>A(1; 4; -2)</math>, <math>B(-1; -3; 2)</math>, <math>C(-2; -2; -3)</math>. Найти уравнение плоскости <math>ABC</math>.</p>	<p>14. Даны три точки <math>A(2; -1; 2)</math>, <math>B(1; 2; -1)</math>. Найти канонические и параметрические уравнения прямой <math>AB</math>.</p>
<p>15. Найти пределы функций</p> $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x^2 - 7x - 2}{2x^2 - x - 6}$	<p>16. Найти пределы функций</p> $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 5x - 2}{3x^2 - 4x - 15}$
<p>17. Найти пределы функций <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\operatorname{tg} 4x}</math></p>	<p>18. Найти пределы функций</p> $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n+3}{2n+1} \right)^{n+1}$
<p>19. Найти производные функций</p> $y = \frac{7^{\sin x}}{x^3 + 2}$	<p>20. Найти производные функций</p> $y = \sin^3 2x$
<p>21. Найти производные функций</p> $y = e^{-\sin x} \cdot \operatorname{arctg}(3x^5)$	<p>22. Найти производные функций</p> $y = \frac{e^{\sin x}}{x^3 - 2 \ln x}$
<p>23. Найти асимптоты графика функции</p>	<p>24. Найти экстремум функции</p>

$y = \frac{x^3 + 4}{x^2}$	$y = \frac{2x^3 + 1}{x^2}$
25. Найти точки перегиба графика функции $y = \frac{x^2 - 4x + 1}{x - 4}$	26. Исследовать функцию и построить ее график $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$
27. Вычислить неопределенные интегралы $\int \left( 5x^4 - \frac{3}{x^7} + 2\sqrt[9]{x+3} \right) dx$	28. Вычислить неопределенные интегралы $\int (5-x)e^{2x} dx$
29. Вычислить неопределенные интегралы $\int e^{2\cos x + 1} \cdot \sin x dx$	30. Вычислить неопределенные интегралы $\int \frac{x^2 + 1}{x(x+1)(x-2)} dx$
31. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями. Сделать чертеж. $\begin{cases} y = x^2 - x - 2, \\ y = 3x - 2. \end{cases}$	32. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями. Сделать чертеж. $\begin{cases} y = x^2 + 3x + 4, \\ y = x + 4. \end{cases}$

**Структура экзаменационного билета:**

1. Теоретический вопрос.
2. Теоретический вопрос.
3. Практическое задание (задача).

**Пример экзаменационного билета**



**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

Институт технологий (филиал) федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Донской государственной технической университет» в г. Волгодонске Ростовской области (Институт технологий (филиал) ДГТУ в г. Волгодонске)

Факультет Технологии и менеджмент  
Кафедра Технический сервис и информационные технологии \_\_\_\_\_

**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1**  
на 2018 / 2019 учебный год

Дисциплина Математика

1. Элементарные преобразования матриц, эквивалентные матрицы и их ранги.

2. Производная функции, ее геометрический и физический смысл. Уравнение касательной и нормали к кривой .  
3. Задача.

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Н.В.Кочковая 01.09.2018

Подпись

Ф.И.О.

Дата

*Методика формирования оценки и критерии оценивания промежуточной аттестации* (экзамен): максимальное количество баллов при полном раскрытии вопросов и верном решении практической задачи билета:

- 1 Теоретический вопрос -15 баллов;
  - 2 Теоретический вопрос -15 баллов;
  - 3 Практическое задание или задача -20 баллов;
- Итого: экзамен – 50 баллов.

Структура оценочных материалов (оценочных средств), позволяющих оценить уровень компетенций, сформированный у обучающихся при изучении дисциплины «Математика» приведен в таблице 4.

Таблица 4 - Оценочные материалы (оценочные средства) по дисциплине «Математика»

Компет енция	Знать	Оценочные средства		Уметь	Оценочные средства		Владеть	Оценочные средства	
		текущий контроль	промежуто чный контроль		текущий контроль	промежуто чный контроль		текущий контроль	промежуто чный контроль
ОПК-1	основы линейной и векторной алгебры, аналитической геометрии, математического анализа и его приложения, дифференциальных уравнений и теории числовых и функциональных рядов	Тестовые вопросы. Устный опрос.	Вопросы к зачету и экзамену: Вопросы з экзамену для ЗФО	решает задачи по темам: линейная и векторная алгебра, аналитическая геометрия, математический анализ и его приложения, дифференциальные уравнения и числовые и ряды	Тестовые вопросы. Индивидуал ьное задание для СРС.	Вопросы к зачету и экзамену: Вопросы з экзамену для ЗФО	основными методами и приемами алгебры, геометрии и математического анализа, основными способами построения математических моделей и их интерпретацией	Тестовые вопросы. Индивидуа льное задание для СРС.	Вопросы к зачету и экзамену: Вопросы з экзамену для ЗФО

